

JUROS COMPOSTOS

O regime de juros compostos é o mais comum no sistema financeiro e portanto, o mais útil para cálculos de problemas do dia-a-dia. Os juros gerados a cada período são incorporados ao principal para o cálculo dos juros do período seguinte.

Chamamos de capitalização o momento em que os juros são incorporados ao principal. Após três meses de capitalização, temos:

$$1^{\circ} \text{ mês: } M = C \cdot (1 + i)$$

$$2^{\circ} \text{ mês: o principal é igual ao montante do mês anterior: } M = C \times (1 + i) \times (1 + i)$$

$$3^{\circ} \text{ mês: o principal é igual ao montante do mês anterior: } M = C \times (1 + i) \times (1 + i) \times (1 + i)$$

Simplificando, obtemos a fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i)^n \text{ ou } FV = C (1+i)^n$$

Importante: a taxa i tem que ser expressa na mesma medida de tempo de n , ou seja, taxa de juros ao mês para n meses.

Para calcularmos apenas os juros basta diminuir o principal do montante ao final do período:

$$J = M - C \text{ ou } J = FV - C$$

Exemplo:

Calcule o montante de um capital de R\$6.000,00, aplicado a juros compostos, durante 1 ano, à taxa de 3,5% ao mês.

Resolução:

$$C = R\$6.000,00$$

$$t = 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$$

$$i = 3,5 \% \text{ a.m.} = 0,035$$

$$M = ?$$

Usando a fórmula $M=C \cdot (1+i)^n$, obtemos:

$$M = 6000 \cdot (1+0,035)^{12} = 6000 \cdot (1,035)^{12} = 9.066,41$$

Ou

$$FV = 6000 (1+0,035)^{12} = 6000 (1,035)^{12} = 9.066,41$$

Portanto o montante ou o valor futuro é R\$9.066,41.

Exemplos:

A) O Sr. Abonado aplicou a quantia de R\$ 1.000,00 no Banco da Cidade de Paraíso do Norte, à taxa de juros compostos de 10% ao mês, pelo prazo de três meses.

Vamos verificar a evolução do dinheiro do Sr. Abonado ao longo dos três meses.

- Após o primeiro mês de aplicação o Sr. Abonado terá acumulado a quantia de R\$ 1.100,00 (10% a mais sobre R\$ 1.000,00).
- Para o segundo mês a base de cálculo do valor dos juros será de R\$ 1.100,00, gerando um montante de R\$ 1.210,00 (R\$ 1.100,00 mais 10% sobre esse valor).
- Para o terceiro e último mês o valor dos juros será calculado sobre R\$ 1.210,00, produzindo um montante de R\$ 1.331,00 (R\$ 1.210,00 mais 10% sobre esse valor).

Por meio da análise do caso anterior pode-se observar que a juros compostos a taxa varia exponencialmente em função do tempo (no exemplo, a taxa de 10% ao mês equivale a 33,10% ao trimestre), ou seja, para encontrarmos taxas equivalentes a juros compostos não podemos simplesmente multiplicar ou dividir as taxas pelos períodos de composição, como é realizado no regime de capitalização simples, uma vez que os juros são exponenciais e não lineares.

Resolvendo o exercício pela fórmula:

$$FV = C (1 + i)^n$$

$$FV = 1.000, (1+0,10)^3$$

$$FV = 1.000, (1,10)^3$$

$$FV = 1.000 . 1,331$$

$$FV = 1.331,$$

- B) Quanto uma pessoa deve aplicar hoje para ter acumulado um montante de R\$ 100.000,00 daqui a 12 meses, a uma taxa de juros de 1% ao mês, segundo o regime de capitalização composta?

Resolvendo o exercício pela fórmula:

$$FV = C (1 + i)^n$$

$$100.000, = C (1+0,01)^{12}$$

$$100.000, = C (1,01)^{12}$$

$$100.000, = 1,1268C$$

$$C = \frac{100.000,}{1,1268}$$

$$1,1268$$

$$C = 88.746,89$$

- C) Determine a taxa mensal de juros compostos cobrada por um banco em um empréstimo no valor de R\$ 800.000,00, por oito meses, cujo valor final foi pago R\$ 1.000.000,

Resolvendo o exercício pela fórmula:

$$FV = C (1 + i)^n$$

$$1.000.000, = 800.000, (1 + i)^8$$

$$1.000.000, = (1 + i)^8$$

$$\frac{1.000.000,}{800.000,} = (1 + i)^8$$

$$1,25 = (1 + i)^8$$

$$1,25 = (1 + i)^8$$

$$(1,25)^{1/8} = 1 + i$$

$$(1,25)^{0,125} = 1 + i$$

$$1,0283 = 1 + i$$

$$i = 1,0283 - 1$$

$$i = 0,0283 \text{ ou } 2,83\%$$

- D) Qual o montante acumulado pela aplicação de um capital de R\$ 80.000,00, à taxa de juros de 3% ao mês, pelo prazo de 72 dias corridos, segundo o regime de capitalização composta?

Resolvendo o exercício pela fórmula:

$$FV = C (1 + i)^n$$

$$FV = 80.000, (1 + 0,03)^{72/30}$$

$$FV = 80.000, (1,03)^{2,4}$$

$$FV = 80.000, 1,0735$$

$$FV = 85.880,$$

- E) Uma calculadora está sendo vendida a vista por R\$ 100,00 ou a prazo com R\$ 30,00 de entrada, mais uma parcela de R\$ 85,00m vencível em 45 dias corridos. Qual a taxa de juros mensal cobrada no financiamento, segundo o regime de capitalização composta?

Resolvendo o exercício pela fórmula:

$$FV = C (1 + i)^n$$

$$85, = 70, (1 + i)^{45/30}$$

$$85, = 70, (1 + i)^{1,5}$$

$$\frac{85,}{70} = (1 + i)^{1,5}$$

$$(1,214)^{0,667} = 1 + i$$

$$1,1381 = 1 + i$$

$$i = 1,1381 - 1$$

$$i = 0,1381 \text{ ou } 13,81\%$$

- F) Quanto uma pessoa deve aplicar hoje, para ter acumulado, a título de juros, a quantia de R\$ 15.000, daqui a 24 meses? Considere que a aplicação foi realizada a uma taxa de juros de 1% ao mês, segundo o regime de capitalização composta.

ATENÇÃO: FÓRMULA SECUNDÁRIA:

$$J = C [(1+i)^n - 1]$$

$$15.000, = C[(1+0,01)^{24} - 1]$$

$$15.000, = C(1,2697 - 1)$$

$$15.000, = 0,2697.C$$

$$C = \frac{15.000,}{0,2697}$$

$$C = 55.617,35$$